

<到達目標> 自分の習得状況を定期的にチェックせよ。

- 1 三角関数 $y = \sin x$ 、 $y = \cos x$ 、 $y = \tan x$ のグラフを描ける
- 2 極限公式 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を用いて、様々な三角関数の極限を求めることができる
- 3 極限公式 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を証明することができる

<まずは、三角関数の基本的な極限から。三角関数のグラフは大丈夫??>

① 次の極限を求めよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x =$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x =$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \tan x =$ (4) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} + 0} \tan x =$

(5) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} - 0} \tan x =$

<三角関数の極限の問題は、「 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 」が主役。最重要極限公式だ!!

「 $\triangle \rightarrow 0$ のとき、 $\frac{\sin \triangle}{\triangle} \rightarrow 1$ 」ととらえます。パズルのように $\frac{\sin \triangle}{\triangle}$ の形を作ろう!>

② 次の極限を求めよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ (4) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 5\theta}{\theta}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$ (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{4x}$

(7) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 3\theta}{5\theta}$ (8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$

(9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$ ← 結果は公式として覚えていいよ!

(10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$ (11) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 5\theta}{\sin 7\theta}$

(12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}$ (13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(-2x)}{\sin 3x}$

(14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ ← 結果は公式として覚えていいよ!

(15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$ ← 結果は公式として覚えていいよ!

(16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x}$ (17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sin x}$

(18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$ (19) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$

(20) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan x}$ (21) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x}$

(22) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2 + 3x^3}$ (23) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{1 - \cos x}$

(24) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan 2x}{1 - \cos x}$

(25) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \tan 2x}{x^3}$

(26) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{2x + x^3}$

(27) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2 \sin x)}{3x(1 + 2x)}$

(28) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{x^2}$

(29) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

<「公式の証明問題」は、毎年どこかの大学で出題されます。大阪大でも出題されたよ!>

③ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ が成り立つことを示せ。

解答

①	(1)	0	(2)	1	(3)	0	(4)	$-\infty$	(5)	∞		
②	(1)	2	(2)	4	(3)	3	(4)	5	(5)	$\frac{2}{3}$	(6)	$\frac{7}{4}$
	(7)	$\frac{3}{5}$	(8)	$\frac{5}{2}$	(9)	1	(10)	$\frac{3}{2}$	(11)	$\frac{5}{7}$	(12)	$\frac{9}{4}$
②	(13)	$-\frac{2}{3}$	(14)	$\frac{1}{2}$	(15)	1	(16)	2	(17)	1	(18)	$\frac{1}{2}$
	(19)	8	(20)	3	(21)	$\frac{2}{3}$	(22)	$\frac{9}{2}$	(23)	2	(24)	4
	(25)	1	(26)	$\frac{1}{2}$	(27)	$\frac{2}{3}$	(28)	$-\frac{3}{2}$	(29)	$\frac{1}{2}$		